CONCURSO PÚBLICO IFRN 2011 – DOCENTE
EDITAL Nº 36/2011 – REITORIA IFRN

Expectativa de Respostas
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL E ÁLGEBRA LINEAR

QUESTÃO 01

Ao responder à questão, o candidato deverá desenvolver os seguintes cálculos:

a) Cálculo do volume da esfera; e

O volume de um sólido de revolução pode ser calculado por meio da integral:

$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$**.** No caso da esfera, a função é $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ e o intervalo de integração é de $-R\ a\ R$. Desse modo,

$$V = \pi \int_{-R}^{R} \left(\sqrt{R^2 - x^2}\right)^2 dx \Rightarrow V = \pi \int_{-R}^{R} (R^2 - x^2) dx \Rightarrow V = \pi \left[R^2 x - \frac{x^3}{3}\right]_{-R}^{R} \Rightarrow$$

$V = \pi \left\{\left[R^3 - \frac{R^3}{3}\right] - \left[-R^3 + \frac{R^3}{3}\right]\right\} \Rightarrow V = \pi \left(\frac{2R^3}{3} + \frac{2R^3}{3}\right)$. Logo, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

b) Cálculo da área da esfera;

Para calcular a área da superfície esférica, basta derivar o volume em relação ao raio. Logo,
$A = \frac{dV}{dR}$, onde $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Ou seja, $A = \frac{4}{3} \cdot 3\pi R^2$. Assim, $A = 4\pi R^2$.

QUESTÃO 02

Espera-se que o candidato apresente as seguintes soluções à questão explicitada:

a) Obtenção da transformação linear

A transformação linear é dada por:

$T(x,y) = (ax + by, cx + dy)$, que possui a matriz associada $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$.

Considere o autovalor $\lambda_1 = -3$ e o autovetor associado $(x, -2x)$, tem-se que:

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ -2x \end{bmatrix} = -3. \begin{bmatrix} x \\ -2x \end{bmatrix}$

$ax - 2bx = -3x$

$cx - 2dx = 6x$

Considere o autovalor $\lambda_2 = 3$ e o autovetor associado (x, x), tem-se que:

$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ x \end{bmatrix} = 3. \begin{bmatrix} x \\ x \end{bmatrix}$

$ax + bx = 3x$

$cx + dx = 3x$

Logo, tem-se os seguintes sistemas lineares:

$\begin{cases} a - 2b = -3 \\ a + b = 3 \end{cases}$, o que resulta em $a = 1 \;\; e \;\; b = 2$. E $\begin{cases} c - 2d = 6 \\ c + d = 3 \end{cases}$, assim, $c = 4 \;\; e \; d = -1$.

Portanto, a transformação linear encontrada é $T(x,y) = (x + 2y, 4x - y)$

b) Obtenção da imagem da transformação linear

Dada a transformação linear $T(x,y) = (x + 2y, 4x - y)$, a Imagem é formada por:

$Im(T) = \{v \in R^2 / v = (a,b) = T(x,y)\}$.

$T(x,y) = (x + 2y, 4x - y) = x(1,4) + y(2,-1)$, sendo dois vetores Linearmente Independentes, então a imagem é gerada por todo R^2.

c) obtenção do núcleo da transformação linear

O Núcleo é formado por $N(T) = \{v = (x,y) \in R^2 \; / \; T(x,y) = 0\}$.

$T(x,y) = (x + 2y, 4x - y) = (0,0)$,

$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 4x - y = 0 \end{cases}$, tem-se que, $x = y = 0$. Prontamente, N(T) = {(0, 0)}