INSTITUTO FEDERAL
Rio Grande do Norte
Campus Natal-Central

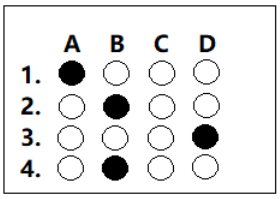
CADERNO DE PROVAS COM EXPECTATIVA DE RESPOSTAS

PROVA ESCRITA
PROFESSOR SUBSTITUTO – FÍSICA

Edital Nº 05/2025 - DIAPE/DG/CNAT/RE/IFRN | **11 DE MARÇO DE 2025**

INSTRUÇÕES GERAIS PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA

- ☑ Use apenas caneta esferográfica azul ou preta.
- ☑ Escreva o seu nome completo e o número do seu documento de identificação no espaço indicado nesta capa.
- ☑ A prova terá duração máxima de 3 (três) horas, incluindo o tempo para responder a **Folha de Resposta.**
- ☑ O **Caderno de Provas** somente poderá ser levado depois de transcorrida 1 (uma) hora do início da aplicação da prova.
- ☑ Confira, com máxima atenção, o **Caderno de Provas**, observando se há defeito(s) de encadernação e/ou de impressão que dificultem a leitura.
- ☑ Confira, com máxima atenção, se os dados (nome do candidato, inscrição, número do documento de identidade, matéria/disciplina e opção de *campus*) constantes na **Folha de Resposta** estão corretos.
- ☑ Em havendo falhas na **Folha de Resposta**, comunique imediatamente ao fiscal de sala.
- ☑ A **Folha de Resposta** não poderá ser dobrada, amassada ou danificada. Em hipótese alguma, será substituída.
- ☑ Assine a **Folha de Resposta** no espaço apropriado.
- ☑ Transfira as respostas para a **Folha de Resposta** somente quando não mais pretender fazer modificações.
- ☑ Cada questão de múltipla escolha apresenta apenas **uma** resposta correta. Para a marcação da alternativa escolhida na **Folha de Respostas,** pinte completamente o campo correspondente conforme figura a seguir:



- ☑ Ao retirar-se definitivamente da sala, entregue a **Folha de Resposta** ao fiscal.

NOME COMPLETO:	DOCUMENTO DE IDENTIFICAÇÃO:

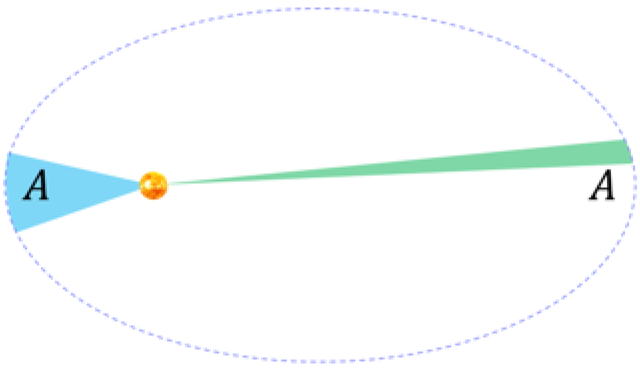
QUESTÕES DISCURSIVAS COM EXPECTATIVA DE RESPOSTAS– FÍSICA

Questão n° 01

A **2ª Lei de Kepler** afirma que o raio vetor que liga um planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais. Utilizando uma das leis de conservação da Mecânica Clássica, obtenha a **Lei das Áreas**.

Solução

Varrer áreas iguais em tempos iguais significa que a área varrida A varia a uma taxa constante, ou seja, $A \propto t$.



Ao varrer parte da órbita durante um tempo infinitesimal dt, o raio vetor r define um arco de ângulo $d\theta$ e comprimento dl.

A área varrida dA, por ser igualmente infinitesimal, pode ser aproximada pela área de um triângulo de base dl e altura r:

$$dA = \frac{dl \cdot r}{2}. \qquad (1)$$

Por definição, o comprimento do arco é

$$dl = r \cdot d\theta. \qquad (2)$$

Consequentemente pode-se escrever a taxa de variação da área varrida como

$$\frac{dA}{dt} = \frac{r^2}{2}\frac{d\theta}{dt} = \frac{r^2\omega}{2}, \qquad (3)$$

onde ω é a frequência angular do planeta em torno do Sol.

O planeta (massa m) move-se sujeito à força gravitacional, uma força central, logo o momento angular total L desse sistema se conserva, ou seja:

$$L = I\omega = mr^2\omega \qquad (4)$$

$$\frac{L}{m} = r^2\omega = \text{constante} \qquad (5)$$

Onde $I = mr^2$ é o momento de inércia do planeta em torno do eixo centrado no Sol, perpendicular ao plano orbital.

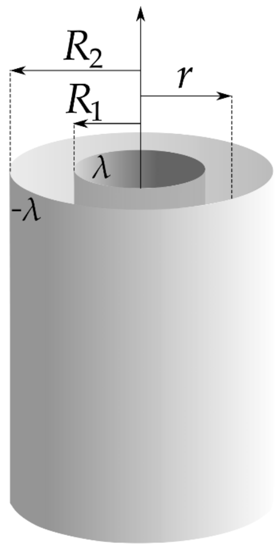
Substituindo (5) em (3), tem-se:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2m} = \text{constante}. \qquad (6)$$

QED.

Questão n° 02

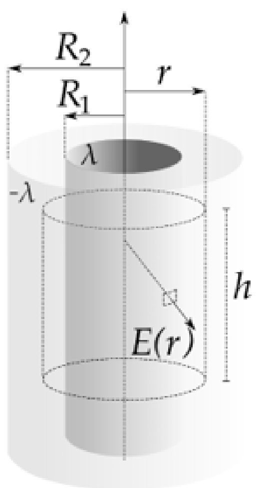
Um **capacitor cilíndrico** infinito e coaxial é composto de duas superfícies cilíndricas condutoras de raios R_1 e R_2 $(R_1 < R_2)$, carregadas com densidades lineares uniformes λ e $-\lambda$, respectivamente, como indica a figura a seguir. O ar preenche o capacitor como dielétrico e possui rigidez dielétrica E_R. Considere, por aproximação, que a permissividade elétrica do ar é igual à permissividade elétrica do espaço livre (vácuo) ϵ_0. Use o sistema internacional de unidades.



a) Determine, usando a lei de Gauss, uma expressão para o **campo elétrico** (componente escalar radial) no interior do capacitor como função da distância r ao eixo.
b) Encontre uma expressão para a **diferença de potencial** do capacitor.
c) Determine uma expressão para **capacitância por unidade de comprimento** do capacitor cilíndrico.
d) Tomando como referência o valor do campo imediatamente próximo ao condutor interno, e mantendo o raio externo R_2 fixo, encontre uma expressão para o raio interno R_1, em termos de R_2, que permita a **máxima energia por unidade de comprimento armazenada** no capacitor sem que a **rigidez dielétrica seja rompida**.

Solução

a) Escolhendo uma superfície gaussiana cilíndrica S coaxial ao capacitor com raio r $(R_1 < r < R_2)$ e altura h (veja a figura a seguir), sendo $\hat{n}$ o versor normal à superfície e q_{enc} a carga encerrada pela gaussiana, a aplicação da lei de Gauss para determinar $E(r)$ fica



$$\oiint_S \vec{E} \cdot \hat{n} da = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} \quad (1)$$

$$E(r) \cdot 2\pi r h = \frac{\lambda h}{\epsilon_0} \quad (2)$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (3)$$

b) A diferença de potencial é calculada pela integração

$$V = -\int_{R_2}^{R_1} E(r) dr \quad (4)$$

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\int_{R_2}^{R_1} \frac{dr}{r} \quad (5)$$

$$V = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\frac{R_2}{R_1} \quad (6)$$

c) Pela definição de capacitância $\frac{Q}{V}$ a capacitância por unidade de comprimento será simplesmente $C = \frac{\lambda}{V}$, o que implica que

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 R}{\ln\frac{R_2}{R_1}} \quad (7)$$

d) A energia por unidade de comprimento U pode ser expressa por

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \tag{8}$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\frac{R_2}{R_1}}\frac{\lambda^2}{(2\pi\epsilon_0)^2}\left(\ln\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \tag{9}$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1} \tag{10}$$

Por outro lado, o campo elétrico máximo nas proximidades do condutor interno é expresso por

$$E(R_1) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R_1} \tag{11}$$

Este valor deve ser no máximo igual à rigidez dielétrica E_R do ar. Portanto, $E_R = E(R_1)$, ou seja,

$$E_R = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R_1} \tag{12}$$

Substituindo λ^2 na expressão da energia por unidade de comprimento U temos,

$$U = \frac{1}{2}\frac{(2\pi\epsilon_0)^2 E_R^2 R_1^2}{2\pi\epsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1} \tag{13}$$

$$U = \pi\epsilon_0 E_R^2 R_1^2 \ln\frac{R_2}{R_1} \tag{14}$$

A condição que maximiza essa energia por comprimento é $\frac{dU}{dR_1} = 0$. Calculando $\frac{dU}{dR_1}$,

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dR_1} &= \pi\epsilon_0 E_R^2\left[2R_1\ln\frac{R_2}{R_1}\right] \\ &+ \pi\epsilon_0 E_R^2\left[R_1^2\frac{R_1}{R_2}\left(-\frac{R_2}{R_1^2}\right)\right] \end{aligned} \tag{15}$$

Chega-se a

$$\frac{dU}{dR_1} = \pi\epsilon_0 E_R^2 R_1\left[2\ln\frac{R_2}{R_1} - 1\right] \tag{16}$$

Maximizando (16):

$$\pi\epsilon_0 E_R^2 R_1\left[2\ln\frac{R_2}{R_1} - 1\right] = 0 \tag{17}$$

$$\ln\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2} \tag{18}$$

Obtém-se o resultado:

$$R_1 = \frac{R_2}{\sqrt{e}} \tag{19}$$