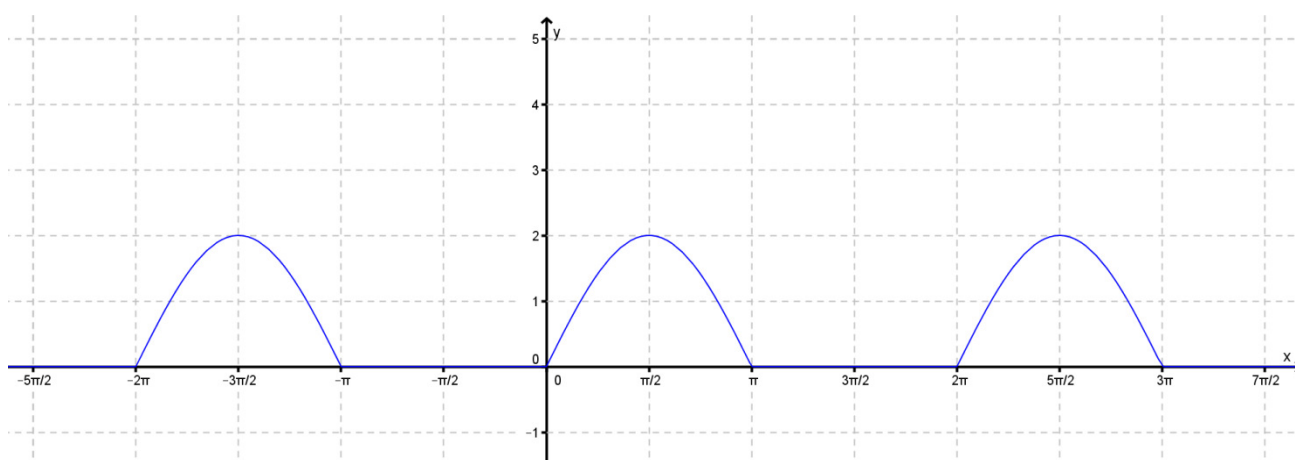


**Questão 01**

**Ao responder a questão o (a) candidato (a) deverá alcançar os seguintes resultados:**

- a) Para reproduzir o plano cartesiano especificado, o candidato deverá esboçar, em sua resposta, o gráfico da função periódica  $f(x) = |\text{sen } x| + \text{sen } x$  e determinar o valor do seu período, conforme resolução que segue.



O período da função  $f(x) = |\text{sen } x| + \text{sen } x$  é  $2\pi$ .

- b) Para a demonstração exigida na questão de que  $f$  é periódica, o candidato deverá proceder conforme resolução que segue:

(I)  $f(x + \beta) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - f^2(x)}$  (Substituindo  $x$  por  $x + \beta$ )

(II)  $f(x + 2\beta) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x + \beta) - f^2(x + \beta)}$

(III)  $f(x + 2\beta) = \frac{1}{2} + \sqrt{\left[\frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - f^2(x)}\right] - \left[\frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - f^2(x)}\right]^2}$  (De I e II)

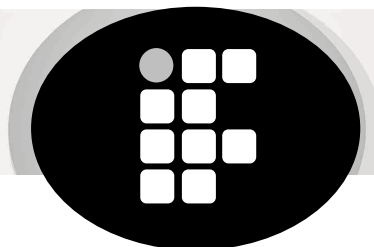
(IV)  $f(x + 2\beta) = \frac{1}{2} + \sqrt{\left[\frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - f^2(x)}\right] - \left[\frac{1}{4} + \sqrt{f(x) - f^2(x)} + |f(x) - f^2(x)|\right]}$

(V)  $f(x + 2\beta) = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - |f(x) - f^2(x)|}$

(VI)  $f(x + 2\beta) = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - f(x) + f^2(x)}$  (Pela definição de  $f$ )

(VII)  $f(x + 2\beta) = \frac{1}{2} + \sqrt{\left(\frac{1}{2} - f(x)\right)^2}$

(VIII)  $f(x + 2\beta) = \frac{1}{2} + \left|\frac{1}{2} - f(x)\right|$  (Como  $f(x) \geq \frac{1}{2}$ )



(IX)  $f(x + 2\beta) = \frac{1}{2} + f(x) - \frac{1}{2}$

(X)  $f(x + 2\beta) = f(x)$

c.q.d.

**Questão 02**

**Na resolução do polinômio especificado na questão o (a) candidato (a) deverá:**

a) Verificar se  $P(x)$  é divisível por  $(x + 3)$ , conforme a resolução a seguir:

(I)  $-2 - i$  é raiz de  $P$  (Teorema das raízes conjugadas)

(II)  $(2 + i)(2 - i) \theta = -15$  (Produto das raízes de  $P$ )

(III)  $\theta = -3$

(IV) Como  $-3$  é uma raiz de  $P$ , então  $P$  é divisível por  $(x + 3)$

b) Determinar o número complexo  $z = \frac{P(i)}{3+i}$  na forma trigonométrica, conforme a resolução a seguir.

(I)  $(2 + i) + (2 - i) + (-3) = -a$  (Soma das raízes de  $P$ )

(II)  $a = -1$

(III)  $P(-3) = 0$  (Pois  $-3$  é raiz de  $P$ )

(IV)  $P(-3) = (-3)^3 - 1(-3)^2 + b(-3) + 15 = 0 \rightarrow b = -7$

(V)  $P(x) = x^3 - x^2 - 7x + 15$

(VI)  $P(i) = 16 - 8i$

(VII)  $z = \frac{P(i)}{3+i} = \frac{16-8i}{3+i} = 4 - 4i$

(VIII)  $|z| = 4\sqrt{2}$  (Módulo de  $z$ )

(IX)  $\theta = \frac{7\pi}{4}$  (Argumento principal de  $z$ )

(X)  $z = 4\sqrt{2} \left( \cos \frac{7\pi}{4} + i \cdot \sin \frac{7\pi}{4} \right)$  (Forma trigonométrica de  $z$ )